**Mục Lục**

[**I. Lý thuyết ma trận** 2](#_Toc109758634)

[**1. Định thức của ma trận** 2](#_Toc109758635)

[a. Phần bù đại số 2](#_Toc109758636)

[b. Cách tính định thức ma trận 2](#_Toc109758637)

[**2. Trị riêng, vecto riêng** 2](#_Toc109758638)

[**3. Ma trận đồng dạng** 2](#_Toc109758639)

[a. Định nghĩa 2](#_Toc109758640)

[b. Tính chất 3](#_Toc109758641)

[**II. Ma trận frobenius** 3](#_Toc109758642)

[**III. Ý tưởng phương pháp** 3](#_Toc109758643)

[**IV. Đưa ma trận A về ma trận frobenius** 3](#_Toc109758644)

[**1. Phương pháp biến đổi tổng quát** 4](#_Toc109758645)

[**2. Trường hợp**  5](#_Toc109758646)

[a. Trường hợp 5](#_Toc109758647)

[b. Trường hợp 6](#_Toc109758648)

[**V. Ma trận khối Frobenius** 7](#_Toc109758649)

[**VI. Tìm vecto riêng của ma trận A** 8](#_Toc109758650)

**[VII. Thuật toán](#_Toc109758651)** [9](#_Toc109758651)

[1. Thuật toán tổng quát 9](#_Toc109758652)

[a. Bằng sơ đồ khối 10](#_Toc109758653)

[b. Bằng chữ 10](#_Toc109758654)

[2. Thuật toán chi tiết 12](#_Toc109758655)

[a. Hàm giải phương trình đa thức đặc trưng của ma trận Frobenius 12](#_Toc109758656)

[VIII. Ưu và nhược điểm của phương pháp 12](#_Toc109758657)

[1. Ưu điểm 12](#_Toc109758658)

[2. Nhược điểm 13](#_Toc109758659)

# **I. Lý thuyết ma trận**

## **1. Định thức của ma trận**

### a. Phần bù đại số

Cho ma trận A. Khi đó với là định thức nhận được của ma trận bằng cách bỏ đi dòng cột được gọi là phần bù đại số của phần tử

### b. Cách tính định thức ma trận

- Khai triển định thức theo hàng thứ i

- Khai triển định thức theo cột thứ j

## **2. Trị riêng, vecto riêng**

- Giả sử A là một ma trận vuông cấp n. Số thực được gọi là trị riêng của A nếu phương trình

có nghiệm , khi đó x được gọi là vecto riêng ứng với trị riêng của ma trận .

- Muốn tìm trị riêng ta cần tìm sao cho:

## **3. Ma trận đồng dạng**

### a. Định nghĩa

Hai ma trận cấp ta nói và là đồng dạng với nhau nếu tồn tại ma trận không suy biến sao cho:

### b. Tính chất

- Nếu ma trận A đồng dạng với ma trận B thì ta có A và B có cùng trị riêng

- Ma trận đồng dạng thỏa mãn tính chất đối xứng và tính chất bắc cầu

# **II. Ma trận frobenius**

- Là ma trận cấp n có dạng:

Table

Description automatically generated

- Ta có:

A picture containing line chart

Description automatically generated

Suy ra:

# **III. Ý tưởng phương pháp**

- Sử dụng phép biến đổi tương đương để đưa ma trận A về ma trận frobenius

# **IV. Đưa ma trận A về ma trận frobenius**

Gọi là ma trận ở bước biến đổi thứ

## **1. Phương pháp biến đổi tổng quát**

Bước 1:

Ta đưa ma trận có dạng:

Text, table, letter

Description automatically generated

về ma trận có dạng

Text, table, letter

Description automatically generated

Bằng phép biến đổi tương đương với

A screenshot of a computer

Description automatically generated with low confidence­­Chart

Description automatically generated with low confidence

Áp dụng cho trường hợp tổng quát: với

Table

Description automatically generated with medium confidence

A picture containing box and whisker chart

Description automatically generated

## **2. Trường hợp**

### a. Trường hợp

- Ta hoán đổi hàng j và hàng n – I, cột j và cột n – I bằng cách thực hiện biến đổi với (C = C-1) có dạng

Table

Description automatically generated with medium confidence

- Sau đó tiếp tục quá trình biến đổi đồng dạng

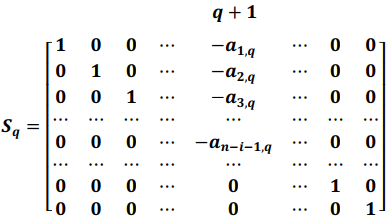
### b. Trường hợp

- Biểu diễn ma trận A về dạng

A picture containing text

Description automatically generated

- Ta đưa ma trận B ở cột q về 0 với phép biến đổi đồng dạng A(i)= trong đó:



A picture containing text, grater

Description automatically generated

- Sau khi biến đổi ta thu được:

Table

Description automatically generated

- TH: : ta thực hiện biến đổi tương đương để đưa cột n lên cột q và các cột khác đẩy lùi bằng phép biên đổi sau trong đó:

A picture containing chart

Description automatically generated

Và

Sau đó tiếp tục biến đổi cột về 0.

# **V. Ma trận khối Frobenius**

- Là ma trận có dạng như sau:

Chart

Description automatically generated

Trong đó: là các ma trận frobenius.

Đặc trưng của khối:



Đặt là các vecto có cấp tương ứng với và là vecto riêng của ma trận ta có:

A picture containing text, gauge, device

Description automatically generated

Nếu không có giá trị riêng là thì = 0. Mặt khác lại là trị riêng của ma trận con nên sẽ có một giá trị = 0. Khi đó ma trận riêng sẽ có dạng:

A close-up of a cell phone

Description automatically generated with medium confidence

Với tương ứng với

# **VI. Tìm vecto riêng của ma trận A**

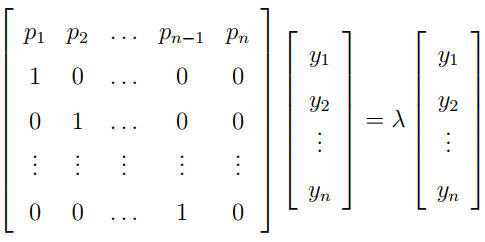
Gọi Y là vecto riêng của ma trận . Khi đó, cũng là trị riêng của ma trận A, ta có:

Đặt

hay

Vậy là vector riêng ứng với trị riêng của ma trận

Ta có:



A picture containing table

Description automatically generated

Ta có thể chọn , suy ra: từ đó ta có thể tính được vector riêng của ma trận A.

# **VII. Thuật toán**

## 1. Thuật toán tổng quát

- Input: ma trận A

- Output: Trị riêng và vector riêng của A

### a. Bằng sơ đồ khối

Diagram

Description automatically generated

### b. Bằng chữ

Bước 1: nhập input

Bước 2: khởi tạo i = n (n là số hàng của ma trận), P = I (I là ma trận đơn vị)

Bước 3: kiểm tra . Nếu đúng thì chuyển sang bước 4

Bước 4: Kiểm tra . Nếu đúng thì chuyển sang bước 5

Bước 5: Biến đổi ma trận A theo trường hợp lý tưởng. Tính:

Giảm rồi quay lại bước 3

Bước 6: Kiểm tra . Nếu tồn tại thì chuyển sang bước 7

Bước 7: Biến đổi ma trận A theo trường hợp đặc biệt 1. Tính:

Giảm rồi quay lại bước 3

Bước 8: Biến đổi ma trận A theo trường hợp đặc biệt 2. Tính:

Bước 9: Kiểm tra . Nếu tồn tại thì chuyển sang bước 10

Bước 10: Biến đổi ma trận A. Tính:

Gán rồi quay lại bước 3

Bước 11: Khởi tạo ma trận F có giá trị từ đến . Tìm trị riêng và vector riêng của ma trận F. Khởi tạo lại ma trận A có giá trị từ đến rồi quay lại bước 2

Bước 12: Tìm trị riêng của ma trận frobenius.

Bước 13: Tìm vector riêng Y của ma trận frobenius

Bước 14: Tìm vector riêng X của ma trận A. Tính

Bước 15: In ra output.

## 2. Thuật toán chi tiết

### a. Hàm giải phương trình đa thức đặc trưng của ma trận Frobenius

Input: ma trận Frobenius A

Output: mảng chứa các trị riêng: eigenvalue[]

Function solution\_eigen:

#Mô tả các bước thực hiện của hàm.

* Ma trận A có kích cỡ n
* Thực hiện nạp dữ liệu vào 1 mảng a[] có kích thước n + 1
* Mảng a [] chứa các hệ số của đa thức ma trận Frobenius A theo như công thức: a [i + 1] = (-1) n \* (- A1, i), i = (1, n); a [1] = (-1) n
* Giải phương trình đa thức với hệ số là mảng a [] theo phương pháp:
* B1: Tìm miền chứa nghiệm => thêm 2 đầu mút vào mảng b []
* B2: Tìm các cực trị của hàm số f(x) theo pp Gradient Descent => thêm các cực trị vào mảng b []
* Kiểm tra tính hợp lệ của khoảng cách li nghiệm là 2 giá trị b[i] và b[i+1]. Nếu b[i] và b[i+1] thỏa mãn tính chất kcl thì áp dụng thuật toán chia đôi để tìm nghiệm của pt f(x) = 0
* Thêm các nghiệm tìm được vào mảng eigenvalue []

# VIII. Ưu và nhược điểm của phương pháp

1. Ưu điểm

* Độ chính xác cao
* Phương pháp Danilevski là phương pháp tìm trị riêng và vecto riêng đúng nên sai số chỉ ở các phép tính toán
* Khối lượng tính toán giảm hơn so với phương pháp tính thông thường
* Thể hiện rõ được hiệu quả của việc biến đổi ma trận tương đương từ ma trận bất kì về khối Frobenius

1. Nhược điểm

* Độ phức tạp thuật toán vẫn còn lớn
* Sai số trong tính toán còn phụ thuộc vào hàm tìm trị riêng của đa thức đặc trưng khá nhiều
* Thuật toán phức tạp => khó lập trình

\*Chú ý: ta có thể sử dụng phương pháp Danilevski để tìm giá trị riêng lớn nhất, nhỏ nhất từ đó tìm vecto kì dị